

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ФРИКЦИОННИ ТРЕПТЕНИЯ НА ПЛОЧА

ИГНАТ ИГНАТОВ*

*Катедра „Механика“, Факултет по Транспорта, Технически
Университет – София, България
i_ignatov@tu-sofia.bg

КРАСИМИР НЕДЕЛЧЕВ*

*Катедра „Механика“, Факултет по Транспорта, Технически
Университет – София, България
krasined@tu-sofia.bg

ПЕТКО СИНАПОВ*

*Катедра „Механика“, Факултет по Транспорта, Технически
Университет – София, България
p_sinapov@tu-sofia.bg

ИВАН КРАЛОВ*

*Катедра „Механика“, Факултет по Транспорта, Технически
Университет – София, България
kralov@tu-sofia.bg

Резюме:

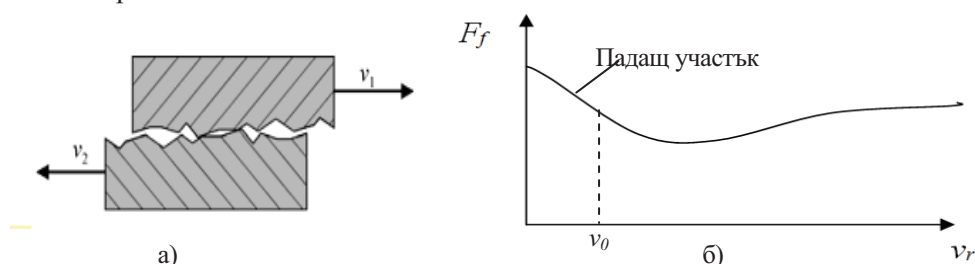
В работата са изследвани числено фрикционни трептения на плоча. За решението на задачата е използван метод на крайните елементи (МКЕ). Направен е анализ и съпоставка със собствените честоти на системата. Определените числено собствени честоти и фрикционни трептения са потвърдени с експериментално изследване.

Ключови думи: *фрикционни трептения, собствени честоти, МКЕ.*

1. Увод

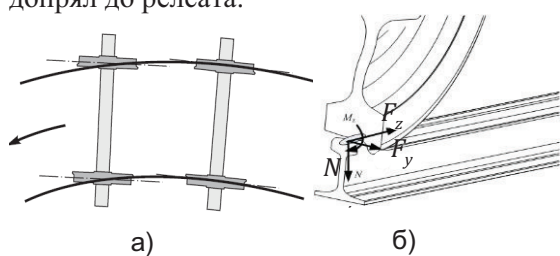
Самовъзбуждащите се фрикционни трептения са феномен, който често се среща в природата. Като примери могат да се посочат трептенията на колело и релса на ЖПС в крива, трептенията на спирачни системи, трептенията на режещите инструменти на металорежещи машини, трептенията при свирене на цигулка, приплъзване на съединител на транспортно средство и др. Причината за възникването на тези трептения е зависимостта силата на триене при плъзгане от релативната скорост ($v_r = v_1 - v_2$) между триещите се повърхности (фиг. 1). Явлението се проявява само когато силата на триене има падащ участък [3, 4, 10]. Честотите, с които трептят системите са приблизително равни на собствените им честоти.

Самовъзбуждащите се фрикционни трептения при движението на ПЖПС в крива (фиг. 2а) се предизвикват от приплъзване между колелото и релсата [4, 5, 6, 7, 8, 14]. Трептенията са предизвикани от сили на триене в контактното петно (фиг. 2б) [4,14]. Трябва да се прави разлика между фрикционните трептения при движение на ПЖПС в крива, причинени от напречни сили на триене при плъзгане и тези причинени от приплъзването (буксуването) на колелото спрямо релсата, предизвикано от различните пътища, които изминават двете колела на колооста [8]. Първият вид триене предизвиква напречни трептения на колелото и релсата, а вторият вид предизвиква усукващи трептения на колооста и надлъжни трептения на релсата.



Фиг. 1 119

Вторият вид се проявяват най-често в криви с малък радиус, когато ребра на колелото е допрял до релсата.



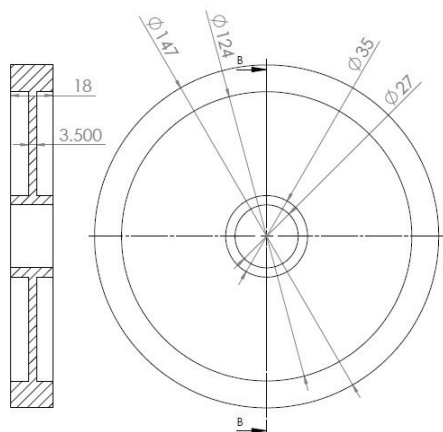
Фиг. 2

Целта на работата е да се изследват числено фрикционни трептения на плоча (опростен модел на железопътно колело). Изследват се само напречните трептения, като на този етап не се разглежда завъртането на колелото. Съпротивлението в системата е моделирано на базата на данни от реален експеримент.

2. Модел на изследването

Моделът представлява плоча, чиито геометрични размери са пропорционални на реално железопътно колело.

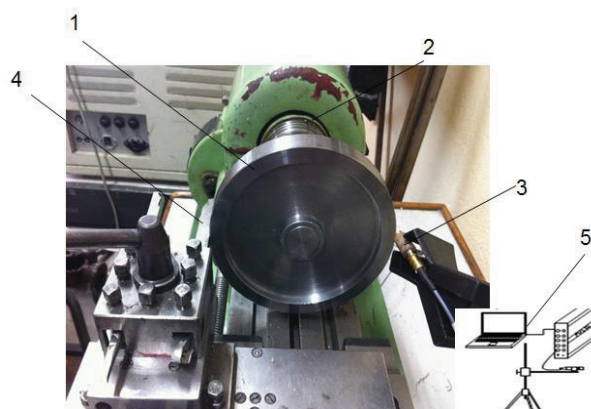
Експерименталният образец е показан на фиг. 3. Представлява плоча, която е опростен пропорционален модел на железопътно колело [12]. Изработена е от стомана (ST 45, $E=2,1 \cdot 10^{11}$). Геометричните размери са дадени на фиг. 3.



Фиг. 3

3. Експериментално определяне на фрикционните трептения на плоча

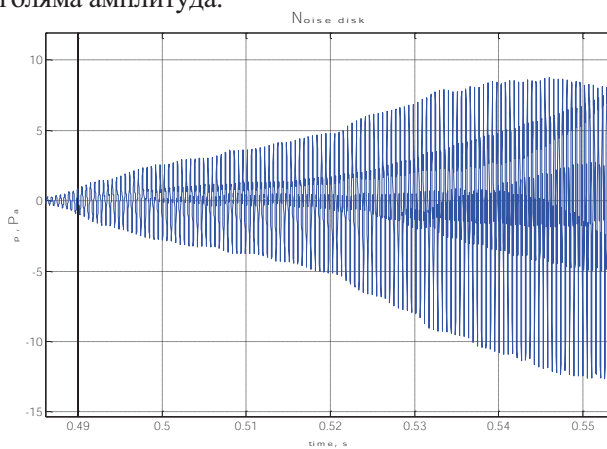
Стендът за експерименталното изследване е показан на фиг. 4. Дискът (1) е закрепен на вретеното (2) на струг. С микрофон модел 4958 (3) и усилвател Pulse на V&K (5) се измерват трептенията на въздушната среда.



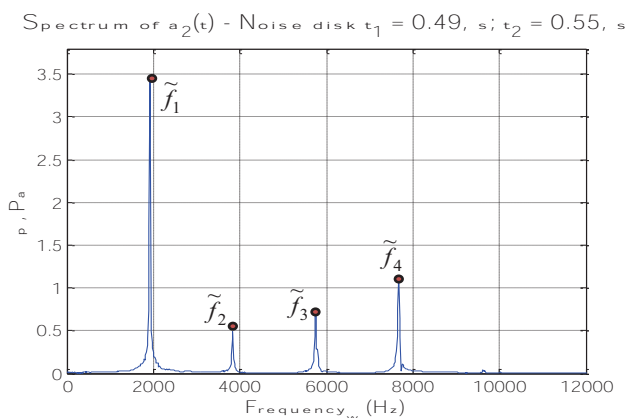
Фиг. 4

За да се приложи сила на триене, се допира метален детайл (4) до диска и се плъзга неговата периферия (фиг. 4).

Възникналите фрикционни трептения е показан на фиг. 5. Спектралният анализ на трептенията е показан на фиг. 6. Ясно могат да се отчетат честотите $\tilde{f}_1 = 1920 \text{ Hz}$, $\tilde{f}_2 = 3800 \text{ Hz}$, $\tilde{f}_3 = 5760 \text{ Hz}$ и $\tilde{f}_4 = 7680 \text{ Hz}$. Тези честоти са приблизително равни на някои от собствените честоти на плочата (виж таблица 1). Най-отчетлива е честота \tilde{f}_1 , т.е. това е честотата с най-голяма амплитуда.



Фиг. 5

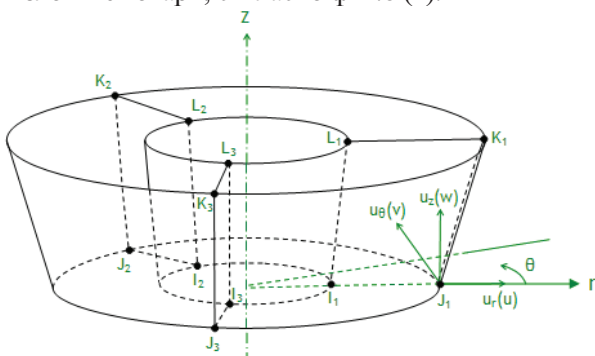


Фиг. 6

4. Числено моделиране на фрикционните трептения на плоча

За изграждането на динамичния модел се използва метод на крайните елементи (MKE) [11, 13], като плочата се разделя на N брой крайни елементи (фиг.3 б)), които са тип *SOLID272* (фиг.7) [16]. Елементите тип „*SOLID272*” представляват обобщени ососиметрични хармонични елементи, предназначени основно за решаване на ососиметрични задачи, с възможност за прилагане на неососиметрични товари. Това става възможно поради използването на Фуриерови полиноми в интерполационните функции, описващи преместването в θ посока (фиг.7). Равнината, в която се задава сечението на изследваното тяло или система от тела, формата и броя на елементите, с която се описват, се нарича главна равнина (фиг.8 в).

Образуването на глобалните матрици е осъществено чрез продукта *Ansys* [2, 16]. Използвана е функцията „*Superstructuring CMS*”, с помощта на която са съставени матриците на масите и еластичностите, като в тях са отчетени граничните условия, както е показано на фиг. 8 (в). С помощта на този метод се синтезират матриците на масите и еластичностите, съответстващи на изследвания честотен диапазон (от 780 Hz до 14000 Hz). Така образуваните матрици с отчетени гранични условия, се интегрират в продукта *Matlab*, като предварително са номерирани възлите и е отчетено преминаването в главни координати, съгласно въведената координатна система (фиг.8а). Действието на силата на триене F_f ($F_f \parallel y$) е необходимо да се отчете във вектора на възловите товари, съгласно фиг.8 (в).

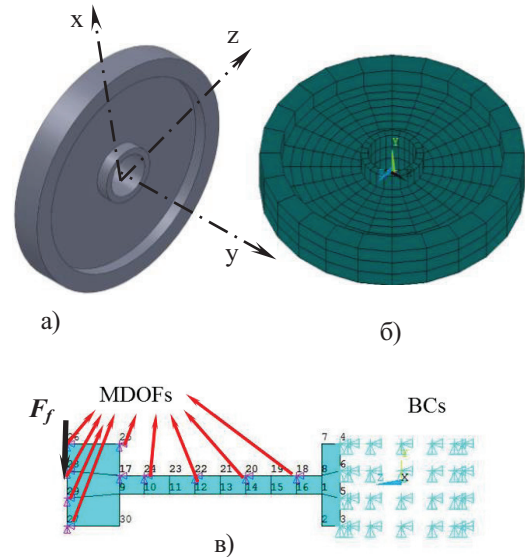


Фиг.7

Диференциалното уравнение, описващо движението на системата е:

$$[M^*]\{\ddot{u}\} + [C^*]\{\dot{u}\} + [K^*]\{u\} = \{F^*\}, \quad (1)$$

където с $[M^*]$ и $[K^*]$ за означени съответно матриците на масите и еластичностите с размерност $(30) \times (30)$, а с $\{u\}$ и $\{F^*\}$ са означени съответно векторите на възловите премествания и възловите сили, с размерност $(30) \times 1$.



Фиг. 8

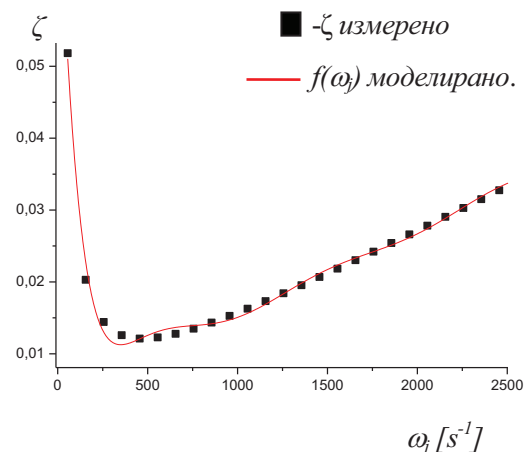
$$\{F_f^*\}_{30 \times 1} = [0, 0, \dots, F_f, \dots, 0]^T \quad (2)$$

Необходимостта от използването на експерименталните резултати е от съществено значение за определяне на относителното демпфиране в системата [1]. Матрицата на демпфиране се определя с израза

$$[C^*] = M^* f(M^{*-1}K^*) \quad (3)$$

и се нарича обобщено пропорционално демпфиране [1]

Функцията $f(M^{*-1}K^*)$ определя демпфиращото отношение между отделните честоти. Тя се съставя за интервала на изследваните честоти. В това изследване тази функция е съобразена с резултатите от експериментално изследване на затихващи трептения на същата плоча [12].



Фиг.9

Важно за построяването на тази функция е определяне на изменението на демпфиращото

отношение. То се представя със следните уравненията:

$$2\omega_j \zeta_j = f(\omega_j^2) \quad (4)$$

$$\zeta_j = \frac{1}{2\omega_j} f(\omega_j^2) = \bar{f}(\omega_j) \quad (5)$$

На фиг. 9 е показано избраната функция, отговаряща на изменението на демпфиращото отношение в зависимост от собствените честоти.

Функцията $\bar{f}(\omega_j)$ е непрекъсната функция, представляваща изменението на демпфиращото отношение в зависимост от собствената честота ω_j [1, 2]. Аргументите на $\bar{f}(\omega_j)$ се заменят с $\omega_j \equiv \sqrt{M^{*-1}K^*}$ [1, 2].

Зависимостта на силата на триене от скоростта на плъзгане е показана на фиг. 1(б), като в падания участък се описва с кубично уравнение [3, 9, 12, 15].

$$F_f = b_0 - b_1 v_r + b_2 v_r^2 + b_3 v_r^3, \quad (6)$$

където $v_r = v_0 - \frac{d}{dt}[y(r_b, t)]$ е релативната скорост на плъзгане; v_0 - скоростта на плъзгане на колелото в аксиална посока; b_0, b_1, b_2, b_3 - положителни константи. За да се намали изчислителната работа се приема, че има само триене при плъзгане, т.е. $v_0 > \frac{d}{dt}[y(r_b, t)]$.

5. Числено решение

Използват се следните параметри за численото решение [15]:

$E=2,1 \cdot 10^{11}$ Pa; $\rho = 7850$ kg/m³, $v_0=2$ m/s, $b_0=3750$ N, $b_1=325$ Ns/m, $b_2=0$ Ns²/m², $b_3=1,75$ Ns³/m³.

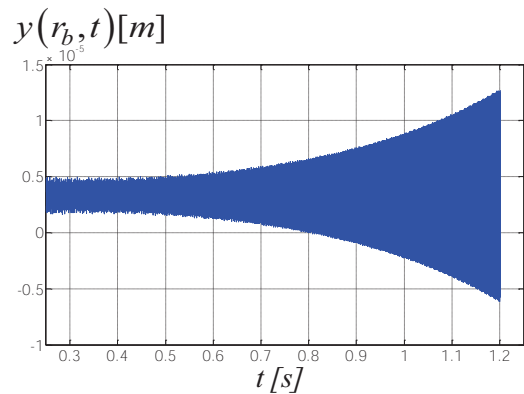
Собствените честоти на системата са пресметнати с *Matlab* чрез решение на хомогенната част на уравнение (1), без отчитане на демпфирането, и са съпоставени с резултатите от *Ansys*. Стойностите на собствените честоти в [Hz] са дадени в таблица 1:

Таблица 1

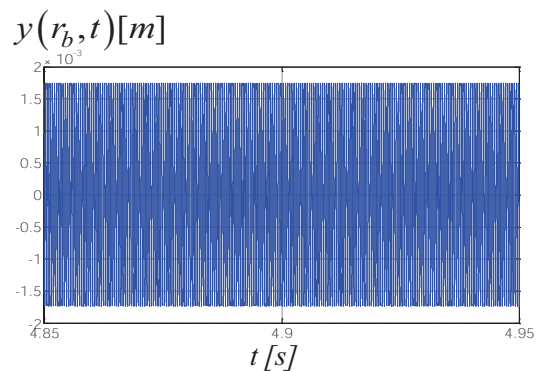
№	Ansys Hz	Matlab Hz	Δ %
1	788	780.64	0,47
2	1175	1160.5	0,62
3	2196	2180.8	0,35
4	2587	2647.6	1,16
5	5942	5962.1	0,17
6	7695	7668.9	0,17
7	9490	9520.9	0,16

8	10878	10978	0,46
9	11587	11607	0,09
10	12215	12135	0,33

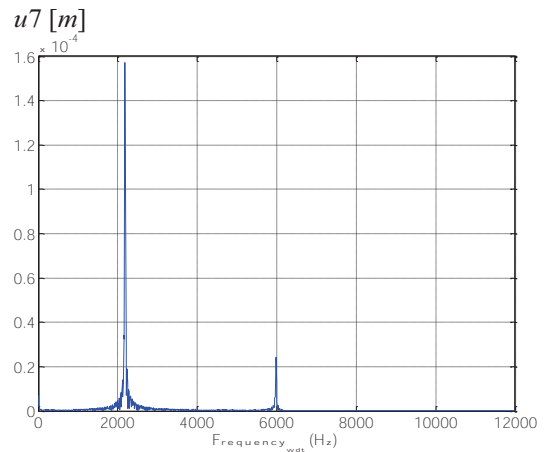
Уравнения (1) се решават с помощта на *Matlab-Simulink*. На фиг. 10 е представено решението, показващо неустановени трептения (нестационарен процес). На фиг.11 е представено решението, показващо установени трептения (стационарен процес). Двете фигури показват преместването (u_7) на възел 28 в посока y , където е приложена силата на триене. На фиг. 12 и фиг. 13 е извършен спектрален анализ съответно за двата случая.



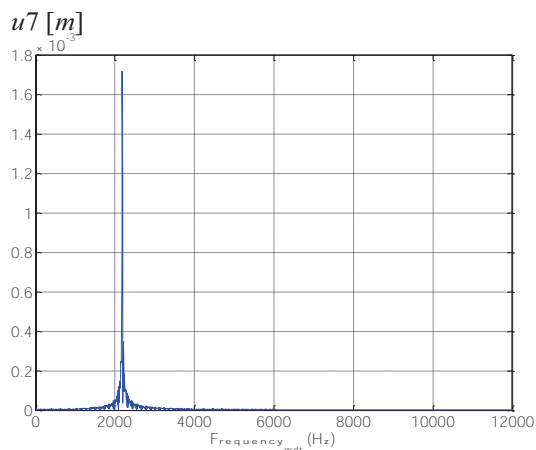
Фиг. 10 Неустановени трептения.



Фиг. 11 Установени трептения.



Фиг. 12 Спектрален анализ за неустановени трептения



Фиг. 13 Спектрален анализ за установени трептения

Решението показва, че при неустановени трептения (фиг.10 и фиг.12) се появяват честоти 2180.8 Hz и 5942 Hz. При установени системата трепти само с честота 2180.8 Hz (фиг.11 и фиг.13).

5. Заключение

В работата се изследвани трикционни самовъзбуждащи се трептения на плоча. При експерименталното изследването се установи, че възникналите трикционни трептения преобладава честота $\tilde{f}_1 = 1920 \text{ Hz}$. Тази честота е приблизително равна на трета собствена честота на плочата.

Численото изследване показва, че при неустановени трептения (фиг.12) се проявяват честоти равни на третата и петата собствени честоти. При установени системата трепти само с третата собствена честота. Получените резултати се приближават до резултатите от направения експеримент, като разликата е 6.34 %. Тя се дължи на моделирането на плочата и използването на елементи SOLID272, както и някои допускания в процеса на моделиране.

БЛАГОДАРНОСТИ

Настоящите изследвания са свързани с проект № BG051PO 001-3.3.06-0046 "Подкрепа за развитието на докторанти, постдокторанти и млади учени в областта на виртуалното инженерство и индустриалните технологии", осъществен с финансовата подкрепа на ОП „Развитие на човешките ресурси”, съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз.

Литература

- [1] Adhikari S. and Woodhouse, J., Identification of damping: part 1, viscous damping, Journal of Sound and Vibration, Vol. 243, No. 1, pp. 43–61, May 2001.
- [2] Bathe K. J., Finite Elements Procedures, Prentice Hall, 1996.

- [3] Belnikolovsky B., Particular Chapters in Mechanics, Sofia, Technical University of Sofia, 2008, (in Bulgarian).
- [4] Casini P., Vestroni F., Non-Smooth Dynamics of a Double-Belt Friction Oscillator, IUTAM Symposium, 08-13 June 2003, Rome, Italy
- [5] Chen G.X., J.B. Xiao, Q.Y. Liu, and Z.R. Zhou, Complex Eigenvalue Analysis of Railway Curve Squeal, Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation, Systems, Proceedings of the 9th International Workshop on Railway Noise, Munich, Germany, pp. 433–439, September 2007.
- [6] Ch. Glocker, E. Cataldi-Spinola, R.I. Leine, Curve squealing of trains: Measurement, modelling and simulation, Journal of Sound and Vibration, Vol. 324, pp. 365–386, (2009).
- [7] Chiello O., J.-B. Ayasse, N. Vincent, J.R. Koch, Curvesqueal of urban rolling stock—Part 3: Theoretical model, Journal of Sound and Vibration, Vol. 293, Issues 3–5, 13 June 2006, Pp. 710–727.
- [8] Chul-Goo Kang, Ho-Yeon Kim, Simulations on Creep Forces Acting on the Wheel of a Rolling Stock, International Conference on Control, Automation and Systems, Seoul, South Korea, 2008
- [9] Dunchev, G., P. Sinapov, Non-stationary Friction Vibrations, Mechanics of Machines, Vol. 76, pp. 17–20, Varna, 2008 (in Bulgarian).
- [10] Kononenko M., Non-linear vibrations of the mechanical systems, Keiv, 1980, (in Russian).
- [11] Reddy J.N., An Introduction to the Finite Element Method, McGraw-Hill Book Company, 1984
- [12] Sinapov P., Nedelchev K., Kralov Iv., Ignatov Ig., Friction induced vibrations of a plate, Bultrans 2013, Proceedings, p. 198-201, October 2013 (in Bulgarian)
- [13] Singiresu S. Rao, The Finite Element Method in Engineering, Elsevier Science & Technology Books, December 2004
- [14] Thompson D. J., Railway Noise and Vibration, Elsevier, 2009.
- [15] Tondl, To the problem of self-excited Vibration suppression, Engineering MECHANICS, Vol. 15, 2008, No. 4, p. 297–307.
- [16] Mechanical APDL, Help, 2010.

STUDY OF FRICTION INDUCED VIBRATIONS OF A PLATE

IGNAT IGNATOV

* Department of "Mechanics", Faculty of Transport, Technical
University, Sofia, Bulgaria
i_ignatov@tu-sofia.bg

KRASIMIR NEDELICHEV

* Department of "Mechanics", Faculty of Transport, Technical
University, Sofia, Bulgaria
krasined@tu-sofia.bg

PETKO SINAPOV

Department of "Mechanics", Faculty of Transport, Technical
University, Sofia, Bulgaria
p_sinapov@tu-sofia.bg

IVAN KRALOV

Department of "Mechanics", Faculty of Transport, Technical
University, Sofia, Bulgaria
kralov@tu-sofia.bg

Abstract:

Numerical results of a friction induced vibrations of a plate are studied in this work. The problem is solved with finite element method (FEM). The results are analyzed and compared with the natural frequencies of the plate. The calculated natural frequencies, as well as the friction induced vibrations are recorded experimentally.

Keywords: *friction induced vibrations, natural frequencies, FEM.*